

算数スーパー解法講座 3

～ 最難関中学受験者専用情報ソース～

思考力を高め、算数のセンスを究極まで高める最高のエッセンス
デジタル解法

デジタル解法

時計にはアナログ(針と目盛りがあるもの)とデジタルがありますね。午後11時45分なら『23:45』と表されていますよね。

『ふつと違うなあ』と思うのは、『0』の使い方です。午前8時6分なら『08:06』となるでしょう？

『時間』と『分』の部分を2ケタで表す、と いう意味ではとても合理的です。この表示の仕方を利用したのが『デジタル解法』です。

次のような問題を考えてみましょう。

ある本は200ページあります。
このページを表す数の中に数字の
『7』はいくつありますか。

一の位に『7』がある数は

7, 17, 27, 37, …… , 197の20個

十の位に『7』がある数は

70~79と170~179の20個

だから、1~200には『7』が40(個)

もしくは

1から100までの中で考えると

一の位には『7』が10個

十の位には『7』が10個 合計20個

101~200にも『7』が20個

だから、1~200には『7』が40(個)

けっこう簡単ですね。

でも、範囲が1 ~ 1000になれば大変です。『百の位』まで考えなくてはいけなくなりますから。

『デジタル解法』ではどうするのでしょうか。

まず、1けたの整数が書いてあるカードを想像してみてください。そのカードを使って 整数を表します。たとえば、5と7のカードを ならべて

5	7
---	---

 のようにすると使うと『57』と読めます。このようにして、0から99までならべると、右下のようになります。

このとき、0 ~ 9の数は 十の位を『0』と考えて表示 します。

この表し方では『どのカードも同じ枚数ずつ』使われます。

数は0から99の100個

1つの数を表すのに使われるカードは、どれでも2枚

だから、使われるカードは 全部で $2 \times 100 = 200$ (枚) です。

0 ~ 9の10種類のカードが使われているのですから、どの種類のカードも(『7』も) $200 \div 10 = 20$ (枚) です。

だから、1 ~ 200には『7』が40 (枚) です。

もし、問題が1から1000ならどうすればいいのでしょうか？

これも簡単で、『000 ~ 999』と考えればいいのです。

さて、このとき、

数は0 ~ 999の1000個

1つの数を表すのに使われるカードは、どれでも3枚

だから、使われるカードは

$3 \times 1000 = 3000$ (枚)

0 ~ 9の10種類のカードが使われているわけですから、

	カード		
0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0
0	0		
1	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table>	0	1
0	1		
2	<table border="1"><tr><td>0</td><td>2</td></tr></table>	0	2
0	2		
⋮	⋮		
9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>9</td></tr></table>	0	9
0	9		
10	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	1	0
1	0		
11	<table border="1"><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	1
1	1		
⋮	⋮		
34	<table border="1"><tr><td>3</td><td>4</td></tr></table>	3	4
3	4		
35	<table border="1"><tr><td>3</td><td>5</td></tr></table>	3	5
3	5		
36	<table border="1"><tr><td>3</td><td>6</td></tr></table>	3	6
3	6		
⋮	⋮		
97	<table border="1"><tr><td>9</td><td>7</td></tr></table>	9	7
9	7		
98	<table border="1"><tr><td>9</td><td>8</td></tr></table>	9	8
9	8		
99	<table border="1"><tr><td>9</td><td>9</td></tr></table>	9	9
9	9		

	カード			
0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0
0	0	0		
1	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	0	0	1
0	0	1		
2	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>2</td></tr></table>	0	0	2
0	0	2		
⋮	⋮			
9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9
0	0	9		
10	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	0	1	0
0	1	0		
11	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	0	1	1
0	1	1		
⋮	⋮			
99	<table border="1"><tr><td>0</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	9	9
0	9	9		
100	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	1	0	0
1	0	0		
101	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	0	1
1	0	1		
⋮	⋮			
997	<table border="1"><tr><td>9</td><td>9</td><td>7</td></tr></table>	9	9	7
9	9	7		
998	<table border="1"><tr><td>9</td><td>9</td><td>8</td></tr></table>	9	9	8
9	9	8		
999	<table border="1"><tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	9	9	9
9	9	9		

どの種類のカードも

$$3000 \div 10 = 300 \text{ (枚)}$$

だから『7』だって.....

300枚ですね。

ところで、

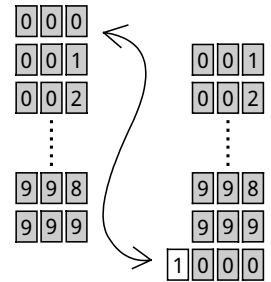
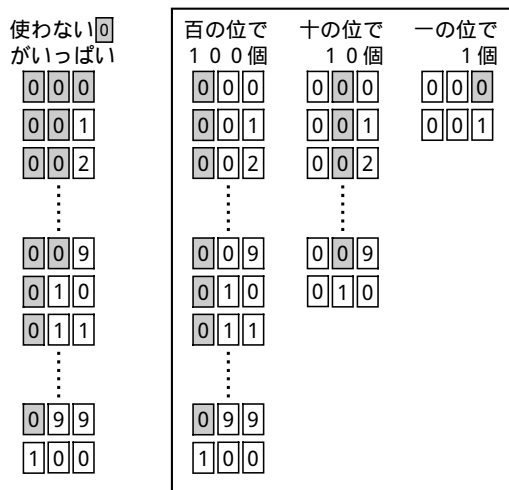
『000~999』は

『001~1000』とほぼ同じことです。

『1000』の下3けたの『000』が『001』の前にくっついたものと考えればいいんです。

ほら、ほとんど同じでしょう！

ところで、『0』は気をつけなければなりません。というのは、『本当は使わない』ものが含まれているからです。



でも、難しくはありません。使うはずのない『0』のカードは、『一の位に1枚』、『十の位に10枚』、『百の位に100枚』、となって いますね。

1から1000まで書いたとき、『0』は何個書くかを考えましょう。

先ほどの『7』のように、『1~9』の数字 なら300個です。ここから、使うはずのない『0』の個数をひけばいいのです。

もうひとつ。これは0～999までの範囲でのことなので、最後に書く『1000』の『0』3個を、忘れないようにしましょう1

ということから

$$300 - (1 + 10 + 100) + 3 = 192 \text{ (個)}$$

です。 難しかったですか？ ふう。