算数スーパー解法講座　7

～最難関中学受験者専用情報ソース～
思考力を高め、算数のセンスを究極まで高める最高のエッセンス
速さの問題を究めよう③

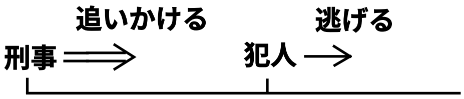
速さの問題を究めよう③

≪ 旅人算の基本　追い越し ≫

『追い越し』では、同じ地点から同時に出発　するはずがないとわかりますね。だってそれじゃ、ただの運動会の競争ですから。

追い越しは『同じ方向に進む２人がちがう地点から出発すること』なんですが、そう書かれると『？？』となりますね。日本語は難しい！

『刑事が犯人を追いかける形』って言う方がピンときますよね。



このように図で書くと意味を取るのは簡単です。やっぱり図の威力はすごい！

さて、前回登場したスッタ君とモンダ君に登場してもらいましょう。

スッタ君がＡ地から分速４０ｍでＢ地に向かって出発し、その５分後にモンダ君もＡ地から分速６０ｍでＢ地に向かって出発しました。モンダ君がスッタ君に追いつくのは出発してから何分後でしょ

これも出会いの問題を解くときのように、　ふつうは『２人が１分間に何m近づくか』を　考えます。

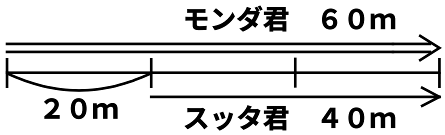
そう言われるとわかりにくいと思いますが、『１分間でモンダ君はスッタ君に何m追いつくか』と言われるとよくわかるでしょう。

１分間でスッタ君は４０m、モンダ君は６０m歩きますから、２人は

６０－４０＝２０（m）　近づきます。

わかりにくいですか？

じゃあ、初めに２人は２０mはなれていたとしたら、１分後には追いつくという下の図でわかりますよね？



ところで、ここが肝心なのですが、これは『同時に出発』することが条件なんです。

だから、モンダ君が追いかけ始めたときが、『出発時刻』と考えればいいんですね。

スッタ君はモンダ君が追いかけ始めるまでに、４０×５＝２００（m）　進んでいますか、

２００÷２０＝１０（分）　で追いつきます。

これを１つの式にできますか？

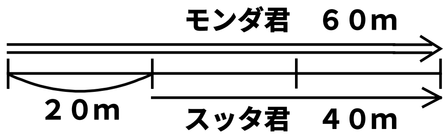
４０×５÷（６０－４０）＝１０（分）　ですね。

これを、前回にやった比で考えるといったいどうなるのでしょうか？

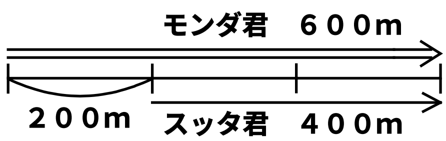
スッタ君とモンダ君の『速さの比』は、

分速４０m：分速６０m＝２：３　です。

だから、２人が同時に出発していれば、　動く距離の比も『２：３』です。先ほどの図を使ってやるとすぐわかります。モンダ君が　出発してからスッタ君に追いつくまでに動く距離を表している図なんです。めもりに注目　してくださいね。

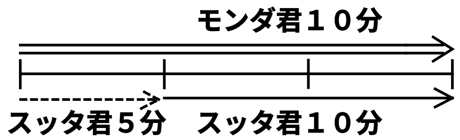


これを、『全体』としてとらえると……



となりますね。

さらに、『距離』ではなくて『時間』の方に注目すると……



こんなふうに、一撃で答えが出ます。
えっ？モンダ君は１５分なんじゃないかって？

いいえ、２人は『１０分間競争』をしているのです。ただ、スッタ君は５分フライング　（ふつうはありえない！）しただけなんです。

追いつかなければならない距離を出さずに、直接『時間』を出せる解法です。やっぱり、『比』はすばらしい！

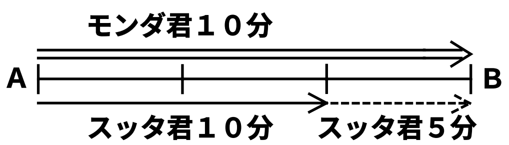
これでわかるように、追いつきの条件の『同時出発』は、『先に出発した人がすごいフライングをした』と考えることで、解決できるのです。

ところで、『同時に出発したところ目的地に着く時刻がずれた』という問題はどうすればよいのでしょうか？

スッタ君は分速４０m、モンダ君は分速６０mで、同時にＡ地からＢ地に向かって出発しました。すると、Ｂ地へはスッタ君がモンダ君より５分遅れて着きました。　Ａ地からＢ地まで何mあります

これも、なんとほとんど同じ解法で解けてしまうのです！

こんな図になりますよね。



Ａ地からＢ地までモンダ君は１０分で歩いたので、　６０×１０＝<u>６００（m）</u>　です。

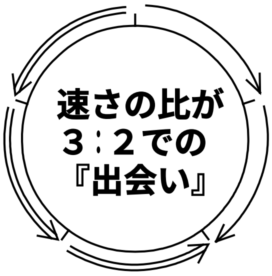
スッタ君に注目すると……
４０×（１０＋５）＝<u>６００（m）</u>　と、やっぱり　同じ答えです（当たり前か……)。

≪ 円周上での旅人算 ≫

旅人算でも『円周上』になると、とたんに　『難しい』と感じる人が多いようです。

しかし、『比を使う解法』なら簡単に解けてしまいます。円周上での出会いと追い越しを見てみましょう。

たとえば、２人の速さの比が『３：２』だと　しましょう。このとき、同時に同じ地点から出発して出会うようすを図に表すと、下の図のようになります。



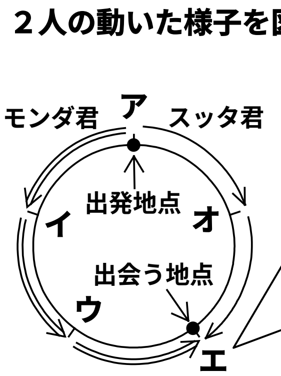
円周を５めもりに切ってあるのは、速さの比の３と２の和にしているからですね。この図なら、出会う位置もわかります。

問題としてこの図を使うと……

１周６００mのコースで、スッタ君とモンダ君の２人が同時に同じ地点から反対方向に歩き始めました。このコースを１周するのにスッタ君は１５分、モンダ君は１０分かかります。２人は何分後に出会いますか。また、出会った地点は出発地点から何mはなれていますか。

ふつうは、２人の速さを計算して求め、　それから『距離÷速さ』で時間を求めますが、『比』なら速さを求める必要はありません！

２人の動いた様子を図で表してみると……



スッタ君の動き
ア⇒オ⇒エ

モンダ君の動き
ア⇒イ⇒ウ⇒エ

この図から、スッタ君は１周の $\frac{2}{5}$ を、モンダ君は１周の $\frac{3}{5}$ を動くことになるとわかります。

ですから、出会うまでにかかる時間は

１５×$\frac{2}{5}$ ＝6（分）　〔１０×$\frac{3}{5}$ ＝6（分）〕

だとわかります。

また、出会った地点は出発地点から

６００×$\frac{2}{5}$ ＝240（m）

離れていることもわかります。便利でしょ？

円周上で追いかけるときも、簡単です。

円周上で『追いつく』ことは『相手より１周　多くまわる』ことを意味するからです。

先ほどの例のままの速さなら……

スッタ君が２周して元にもどったとき、

モンダ君は３周して元にもどる　のです。

このとき、モンダ君はスッタ君より１周多く　まわっていますよね！！

だから、答えは１５×２＝３０（分）　です。