

算数スーパー解法講座 12

～最難関中学受験者専用情報ソース～

思考力を高め、算数のセンスを究極まで高める最高のエッセンス

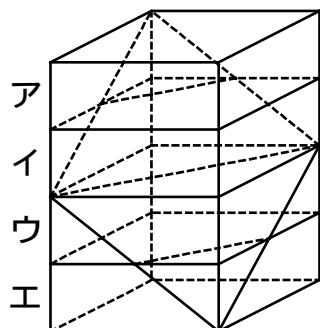
立方体の切断

立方体の切断

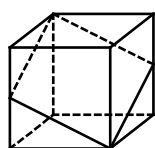
立方体はわかりやすい形をしているのに、問題の題材にされるとなぜか、と～っても難しい問題になってしまいますね。

スライス解法

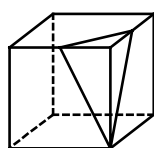
直方体を、スライスチーズのように切ってみましょう。そう、下の図のように、『4段』に切ってみます。



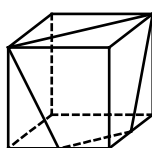
これをよく見ると、いろいろな形が見えてきます。組み合わせで見ていくと……



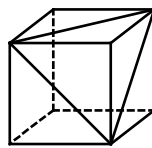
全体では
ひし形



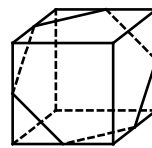
エだけなら
二等辺三角形



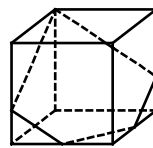
ウだけなら
台形



ウとエで
正三角形



イとウで
正六角形

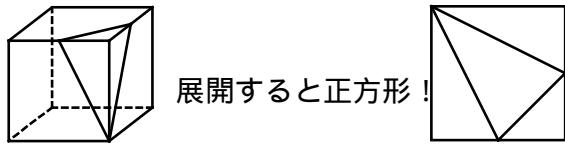


ア・イ・ウで
五角形

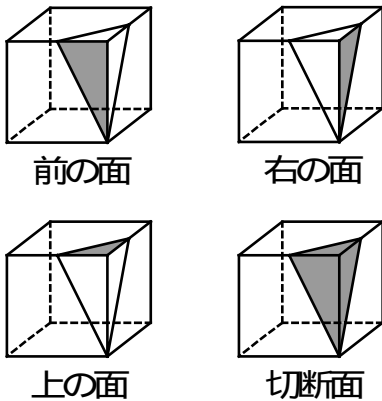
見えましたか？ ちょっとおもしろい解法でしょう。 えっ？ 高さがちがう？
いいえ、いいのです。

ゴム製の直方体だと考えてやると、切ってから立方体になるようたて方向に伸ばせば良いとわかりますね。

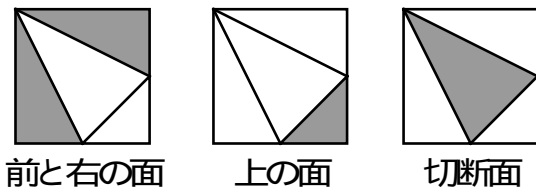
さて、これらの中で切断面が二等辺三角形になる、三角すいの展開図が問題になることがあります。



しかも、なんと、展開図の正方形の一边は、立方体の一辺と同じ長さなんです。

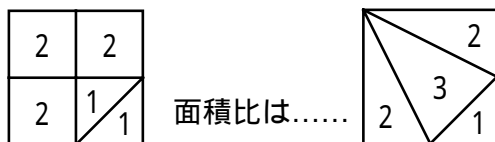


これらを、展開図にあてはめると.....



どうです？ うまくはまるでしょう？

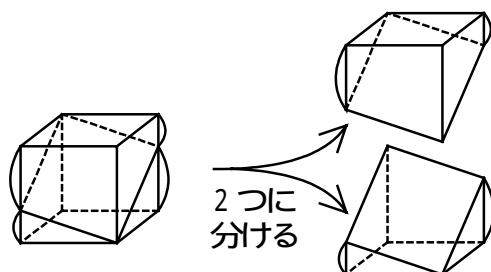
さらに、面積比もわかりますね。上の面の直角二等辺三角形の面積を『1』と考えると、全体の面積は『8』、前と右の面の直角三角形の面積は『2』ですから、切断面の面積は『3』という事になります。



非常に仕組みられている気がします。
とってもエレガントですね！

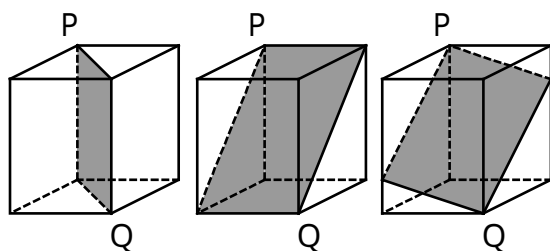
体積比を求める工夫

立方体を平行四辺形に切断すると、長さは図のような関係になります。

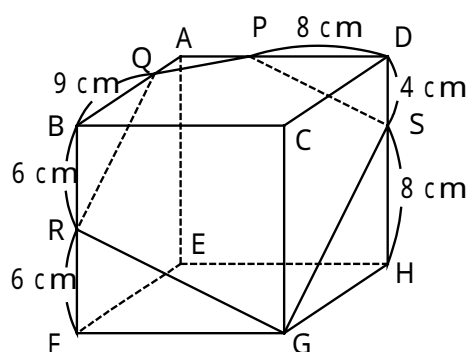


体積が等しい2つの立体ができましたね。

一般に、直方体では反対の頂点(下の図のPとQ)を通る面で切断すると、体積が同じ立体2つに分かれます。



このことを利用して、次のような『頂点Eを含む側の立体』の体積を求めてみましょう。
この立方体の一辺の長さは12cmです。

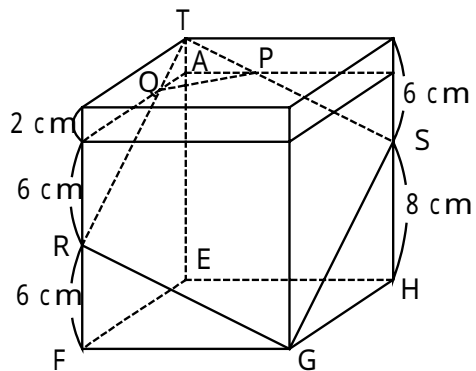


このままではさっぱりわかりません。

しかし、上に高さ2cmの直方体を乗せてやれば、簡単になります。

なぜ、『2cmの高さ』だとわかるのでしょうか？

なぜなら、RFの長さが6 cmなので、Sより上が6 cmになればいいからなんです。



こんなふうです。求めたい体積は、この直方体の半分から三角すいT A Q Pを引いたものですね！ だから……

$$12 \times 12 \times 14 \div 2 = 1008 (\text{cm}^3)$$

$$4 \times 3 \div 2 \times 2 \div 3 = 4 (\text{cm}^3)$$

$$1008 - 4 = \underline{\underline{1004 (\text{cm}^3)}}$$

思ったより、簡単でしょ？